

Penyelesaian Model *Sitr* Pada Penyebaran Diare Dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat Dan Milne

Maria Magdalena K. Oreng Waton¹, Roberta Uron Hurit^{2*}, Wilminche M. D. E. L. Kelen³

^{1,2,3}Pendidikan Matematika, Institut Keguruan dan Teknologi Larantuka, NTT, Indonesia

Email: ¹mariawaton@gmail.com, ²uronhurit@gmail.com.

Email Penulis Korespondensi: ¹uronhurit@gmail.com

Abstrak– Penelitian ini bertujuan untuk menemukan solusi bagi model matematika Sitr (Rentan–Infeksi–Pengobatan–Sembuh) dalam penanganan penyebaran penyakit diare. Model Sitr dikembangkan menjadi sistem persamaan diferensial yang tidak linier, selanjutnya diselesaikan dengan dua metode numerik, yaitu metode Runge-Kutta Orde Empat dan metode Milne. Proses simulasi dilakukan menggunakan software MATLAB dengan menginput kondisi awal dan parameter populasi yang diambil dari literatur epidemiologi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa kedua metode menghasilkan grafik dengan pola yang serupa, yang ditunjukkan dengan penurunan jumlah individu yang terinfeksi dan peningkatan jumlah individu yang sembuh setelah mendapatkan pengobatan. Perbedaan muncul dalam tingkat akurasi, di mana metode Milne secara teori dan hasil simulasi menunjukkan ketelitian yang lebih tinggi dibandingkan dengan metode Runge-Kutta Orde Empat. Ini membuktikan bahwa perawatan memiliki peran krusial dalam mengurangi jumlah infeksi dan mempercepat proses pemulihan populasi..

Kata Kunci: Penyakit Diare, Model Sitr, Metode Runge-Kutta Orde Empat, Metode Milne.

Abstract– This study aims to find a solution for the Sitr (Susceptible–Infected–Treatment–Recovered) mathematical model in addressing the spread of diarrhea. The Sitr model is formulated into a system of nonlinear differential equations, which is then solved using two numerical methods: the Fourth-Order Runge-Kutta method and the Milne method. The simulation process was carried out using MATLAB software by inputting initial conditions and population parameters obtained from epidemiological literature. The results of the simulations indicate that both methods produce graphs with similar patterns, characterized by a decrease in the number of infected individuals and an increase in the number of recovered individuals after receiving treatment. The difference lies in the level of accuracy, where the Milne method, both theoretically and through simulation, demonstrates higher precision compared to the Fourth-Order Runge-Kutta method. This finding highlights the crucial role of treatment in reducing the number of infections and accelerating the recovery process within the population..

Keywords: Diarrhea Disease, Sitr Model, Fourth Order Runge-Kutta Method, Milne Method

1. PENDAHULUAN

Matematika adalah cabang ilmu yang tidak hanya dipelajari di lingkungan akademik, tetapi juga memiliki peran penting dalam mengatasi berbagai masalah nyata. Salah satu contohnya adalah masalah penyebaran penyakit menular seperti diare. Diare, atau gastroenteritis, adalah infeksi yang terjadi pada sistem pencernaan, ditandai dengan frekuensi buang air besar yang tidak biasa, disertai gejala lain seperti mual, muntah, dan kram perut. Penyakit ini terus menjadi tantangan kesehatan masyarakat di seluruh dunia, di mana menurut [1], diare menyebabkan sekitar 443. 832 kematian pada anak-anak berusia di bawah lima tahun setiap tahunnya. Di Indonesia, khususnya di Kabupaten Flores Timur, pada tahun 2023 terdapat 2. 232 kasus diare yang tercatat [2]. Ini menunjukkan bahwa diare adalah masalah kesehatan serius yang membutuhkan perhatian untuk langkah pencegahan dan penanganan.

Sejumlah penelitian telah dilakukan untuk memodelkan penyebaran penyakit menular dengan pendekatan matematika. Model SIR klasik (Susceptible–Infected–Recovered) banyak dipakai untuk menggambarkan dinamika penyakit menular [3], [4]. Penelitian lainnya telah mengembangkan model SEIR (*Susceptible–Exposed–Infected–Recovered*) untuk menganalisis penyebaran meningitis menggunakan metode Euler, Heun, dan Runge-Kutta Orde Empat [5] menerapkan metode Milne untuk menyelesaikan model persamaan logistik dengan hasil yang dapat diandalkan. Namun, banyak penelitian sebelumnya yang belum mengintegrasikan aspek perawatan dalam model penyebaran penyakit diare.

Kekurangan inilah yang menjadi alasan penelitian ini, dengan tujuan untuk mengembangkan model Sitr (*Susceptible–Infected–Treatment–Recovered*) yang mempertimbangkan faktor perawatan sebagai salah satu variabel penting dalam proses penyembuhan. Selain itu, studi ini juga akan membandingkan dua metode numerik, yakni metode *Runge-Kutta* Orde Empat yang umum digunakan karena kestabilannya, dan metode Milne yang terkenal dengan tingkat ketelitian yang lebih tinggi.

Berdasarkan penjelasan di atas, tujuan dari studi ini adalah untuk mengembangkan model matematika Sitr berkaitan dengan penyebaran penyakit diare yang dinyatakan dalam sistem persamaan diferensial non-

linear. Selanjutnya, model ini diselesaikan dengan cara menggunakan dua metode numerik, yaitu metode Runge-Kutta Orde Empat dan metode Milne. Penelitian ini juga bertujuan untuk membandingkan hasil simulasi dari kedua metode dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB untuk mengevaluasi efektivitas pengobatan dalam mengurangi jumlah infeksi serta mempercepat proses pemulihan populasi.

2. METODOLOGI PENELITIAN

Subjek penelitian ini adalah model matematis SITR (Rentan–Infeksi–Pengobatan–Sembuh) yang menggambarkan pergerakan penyebaran penyakit diare di dalam populasi. Model tersebut dinyatakan dalam bentuk sistem persamaan diferensial non-linear yang selanjutnya diselesaikan dengan metode numerik Runge-Kutta Orde Empat dan metode Milne [5]; [1].

1. Formulasi Model SITR

Model SITR terdiri atas empat kompartemen, yaitu populasi rentan (*S*), Infeksi (*I*), pengobatan (*T*), dan sembuh (*R*). Hubungan antar kompartemen diturunkan berdasarkan asumsi epidemiologi dan dituliskan dalam bentuk sistem persamaan diferensial non-linear [3].

2. Penentuan Parameter dan Kondisi Awal

Nilai parameter diperoleh dari literatur epidemiologi dan data kasus diare, seperti laju infeksi, laju perawatan, laju kesembuhan, dan laju kematian alami [6]; [7]. Kondisi awal ditentukan berdasarkan asumsi jumlah populasi pada masing-masing kompartemen.

3. Diskritisasi Model dengan Metode Numerik

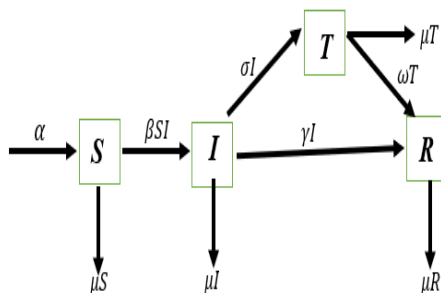
Model SITR yang telah diformulasikan didiskritisasi menggunakan dua metode numerik. Metode Runge-Kutta Orde Empat dipilih karena memiliki kestabilan dan ketelitian yang tinggi dalam menyelesaikan persamaan diferensial biasa [5]. Sedangkan metode Milne digunakan karena merupakan metode multi-langkah prediktor–korektor yang dikenal lebih akurat [1].

4. Implementasi dalam Program MATLAB

Model yang telah didiskritisasi diimplementasikan ke dalam program MATLAB [8]. Input berupa kondisi awal dan parameter dimasukkan ke dalam program, kemudian dilakukan perhitungan iteratif untuk mendapatkan solusi numerik.

5. Simulasi dan Analisis Hasil

Simulasi dilakukan dua kali untuk masing-masing metode dengan variasi kondisi awal maupun parameter tertentu. Hasil simulasi berupa grafik pergerakan populasi pada masing-masing kompartemen (*S*, *I*, *T*, *R*). Grafik dari kedua metode kemudian dibandingkan untuk menilai kesesuaian pola serta ketelitian metode dalam menggambarkan dinamika penyebaran penyakit diare [9].



Gambar 1. Skema Model Matematika SITR Penyebaran Penyakit Diare

Dari gambar 1 di atas merupakan transmisi dari masing-masing keadaan sebagai suatu dinamika di dalam populasi. Model *SITR* digunakan untuk memodelkan sebuah populasi rentan (*S*), terinfeksi (*I*), pengobatan (*T*), dan sembuh (*R*) pada masing-masing variabel yang mewakili jumlah populasi dalam kelompok tersebut. Pada keadaan awal, semua populasi masuk pada sub populasi rentan, di mana individu yang rentan akan bertransisi ke individu yang terinfeksi sehingga populasi rentan menjadi berkurang dan populasi infeksi akan menjadi bertambah jumlahnya. Selanjutnya individu yang terinfeksi akan melakukan pengobatan atau *treatment* sehingga populasi terinfeksi akan berkurang dan menambah jumlah pada populasi *treatment*. Pada populasi *treatment* yang telah sembuh akan berpindah ke populasi sembuh sehingga mengurangi populasi *treatment* dan menambah jumlah pada populasi sembuh. Dengan kondisi bahwa semua populasi mengalami kematian alamiah.

Berdasarkan skema di atas, maka hasil formulasi sekema model *SITR* adalah sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \alpha - \mu S - \beta SI$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \mu I - \gamma I - \sigma I$$

$$\frac{dT}{dt} = \sigma I - \omega T - \mu T$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I + \omega T - \mu R$$

Dengan $N = S(t) + I(t) + T(t) + R(t)$

Tabel 1. Parameter dan Deskripsi Parameter

Parameter/Variabel	Keterangan
S	Jumlah pupulasi yang rentan terhadap penyakit Diare
I	Jumlah populasi yang terkena penyakit Diare
T	Jumlah populasi yang melakukan pengobatan (<i>Treatment</i>) setelah terkena penyakit diare
R	Jumlah populasi yang sembuh karena melakukan pengobatan
α	Laju populasi yang berpotensi terkena penyakit Diare
μ	Laju populasi yang meninggal bukan karena penyakit Diare
β	Laju populasi yang kurang menjaga kebersihan diri
σ	Laju populasi yang melakukan pengobatan setelah terkena penyakit diare
γ	Laju populasi yang sembuh tanpa melakukan pengobatan
ω	Laju populasi yang sembuh setelah melakukan pengobatan

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini akan dibahas terkait hasil simulasi pemerograman pada program MATLAB. Dari hasil simulasi pada program MATLAB akan menghasilkan grafik penyelesaian dari model *SITR* penyebaran penyakit diare dengan adanya *treatment*. Dalam simulasi ini akan digunakan nilai awal dan nilai parameter yang disajikan pada tabel 2 di bawah. Perlu diketahui bersama bahwa nilai awal yang digunakan ini merupakan kutipan yang dipilih dengan mempertimbangkan hasil simulasi akan cukup akurat. Pada simulasi ini juga digunakan dua metode yaitu metode Runge-kutta Orde Empat dan metode Milne dengan masing-masing terdiri dari dua simulasi.

Tabel 2. Nilai Awal dan Nilai Parameter pada kasus penyebaran penyakit diare dengan adanya *Treadment* (Asumsi peneliti)

Parameter atau variabel	Nilai Kondisi Awal Parameter dan Variabel	
	Simulasi I	Simulasi II
S	120	120
I	5	5
T	30	30
R	10	10
α	0,09	0,09
μ	0,000012	0,000012
β	0,00410	0,0410
σ	0,00056	0,00056
γ	0,00942	0,0942
ω	0,0912	0,0912

1. Penyelesaian Model SITR dengan Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat

Adapun rumus dari metode Runge-Kutta Orde Empat dalam menyelesaikan model *SITR* penyebaran penyakit diare dengan adanya *Treatment* sebagai berikut:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Di mana

$$k_1 = hf(t_i, y_i)$$

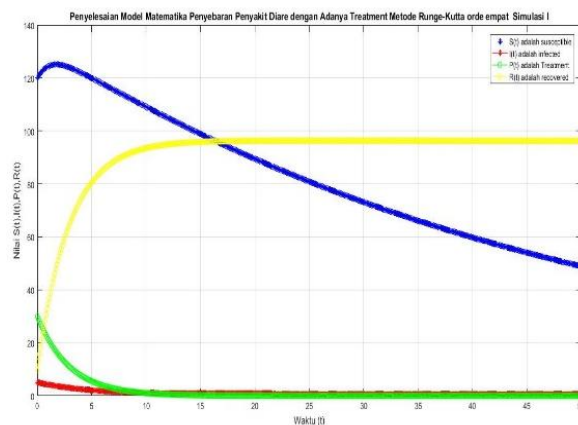
$$k_2 = hf(t_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1)$$

$$k_3 = hf(t_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2)$$

$$k_4 = hf(t_i + h, y_i + k_3)$$

Dengan mensubstitusikan nilai awal pada tabel 2 maka akan dihasilkan grafik penyelesaian model SIRT dari kasus penyebaran penyakit Diare dengan adanya *Treatment*, dengan menggunakan metode Runge-Kutta Orde Empat yaitu sebagai berikut :

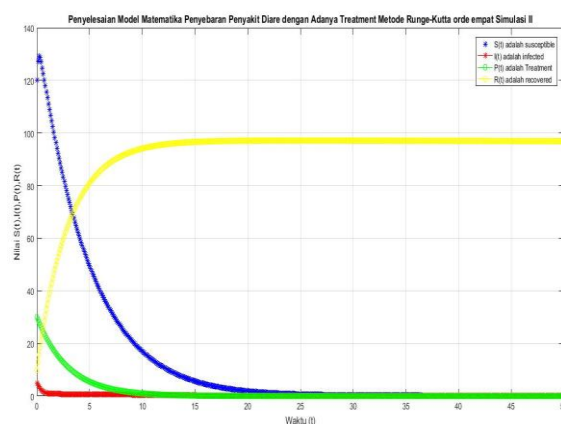
Simulasi I :



Gambar 1. Grafik Solusi Penyelesaian Model Empiris *SIRT* Penyebaran Penyakit Diare Dengan Adanya *Treatment* Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat (Simulasi I)

Dari gambar 2 ini dapat kita lihat bahwa setiap populasi akan berinteraksi dalam suatu waktu tertentu, di mana hasil interaksi tersebut akan mempengaruhi peningkatan dan penurunan dari setiap populasi. Dari gambar dapat kita lihat bahwa pada populasi $S(t)$ yang awalnya 120 mengalami sedikit peningkatan lalu terus mengalami penurunan seiring berjalanya waktu, ini dapat terjadi karena pada populasi rentan yang awalnya banyak terserang penyakit Diare sehingga menyebabkan berkurangnya jumlah populasi. Pada populasi $T(t)$ mengalami penurunan seiring berjalanya waktu, ini menunjukkan bahwa populasi infeksi yang masuk pada populasi *Treatment* akan berpindah pada populasi $R(t)$ sehingga mengurangi jumlah pada populasi $T(t)$ dan populasi $R(t)$ akan mengalami peningkatan hingga mendekati 100 seiring berjalanya waktu. Ini menunjukkan bahwa *Treatment* diberikan secara cepat dan efektif dalam upaya pencegahan. Sedangkan pada populasi $I(t)$ selalu mengalami penurunan seiring berjalanya waktu, ini disebabkan karena pengambilan langkah yang tepat dalam mencegah penularan penyakit yaitu dengan melakukan pengobatan.

Simulasi II :



Gambar 2. Grafik Solusi Penyelesaian Model Empiris *SIRT* Penyebaran Penyakit Diare Dengan Adanya *Treatment* Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat (Simulasi II)

Pada simulasi II ini diubah beberapa nilai awal diantaranya nilai awal pada parameter β dan pada parameter γ dari sini akan dilihat bagaimana kedua parameter ini mempengaruhi perubahan grafik. Dari gambar 3 ini dapat dilihat bahwa terjadi perubahan pada dua populasi yaitu pada populasi $S(t)$ dan populasi $I(t)$, di mana pada kedua populasi ini mengalami penurunan yang drastis. Pada populasi $S(t)$ awalnya 120 mengalami sedikit peningkatan dan penurunan secara drastis hingga pada waktu $t=20$ yang mengidentifikasi bahwa telah tertular atau mendapatkan perawatan. Populasi yang terinfeksi ($I(t)$) tetap sangat rendah sepanjang waktu, menunjukkan bahwa infeksi berhasil ditekan secara signifikan. Sementara itu, populasi yang menjalani *treatment* ($P(t)$) menunjukkan penurunan yang cepat, menandakan bahwa proses perawatan berlangsung singkat dan efektif, serta

individu segera berpindah ke status sembuh. Hal ini diperkuat oleh kurva $R(t)$, yang menunjukkan peningkatan tajam hingga mencapai kestabilan pada angka hampir 100 dalam waktu singkat, sekitar $t=15$. Jadi dapat disimpulkan bahwa Simulasi II menunjukkan skenario penanganan penyakit diare yang jauh lebih optimal, di mana proses pengobatan dilakukan lebih cepat dan lebih efektif, sehingga mampu menekan jumlah infeksi serta mempercepat proses pemulihan

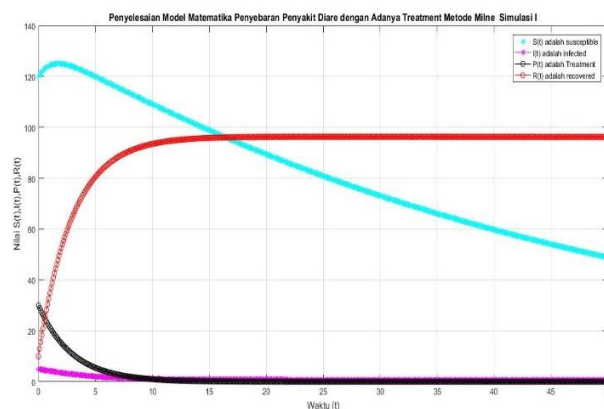
2. Penyelesaian Model SIRT dengan Menggunakan Metode Milne

Rumus metode Milne yang digunakan dalam menyelesaikan model SIRT yang memiliki skema numerik prediktor-corrector adalah sebagai berikut:

$$\text{Predictor } y_{r+1} = y_{r-3} + \frac{4h}{3s} (2f_{r-2} - f_{r-1} + 2f_r)$$

$$\text{Corrector } y_{r+1} = y_{r-1} + \frac{h}{3} (f_{r-1} + 4f_r + f_{r+1})$$

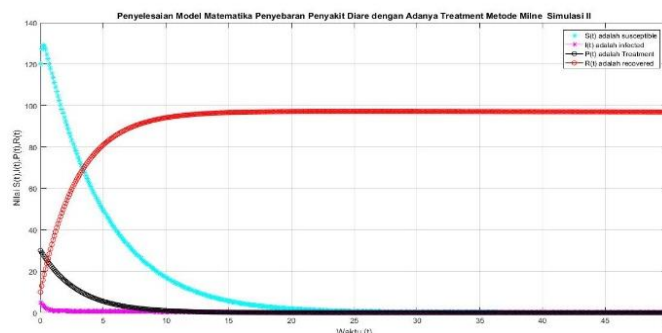
berdasarkan persamaan milne di atas maka akan disimulasikan pada program MATLAB untuk melihat perilaku grafik model SIRT dengan menggunakan data awal yang sama. Berikut ini hasil simulasinya Simulasi I



Gambar 3. Grafik Solusi Penyelesaian Model Empiris SIRT Penyebaran Penyakit Diare Dengan Adanya Treatment Menggunakan Metode Milne (Simulasi I)

Dari gambar 4 diatas bisa dilihat bahwa grafik penyelesaian ini sama dengan grafik pada metode Runge-Kutta Orde Empat sebelumnya namun perlu diingat bahwa metode Milne ini memiliki tingkat keakuratan yang lebih tinggi dibandingkan dengan metode Runge-Kutta Orde Empat. Sehingga bisa diambil kesimpulan bahwa pengobatan atau treatment yang cepat dan sangat efektif dalam mencegah penyebaran penyakit Diare.

Simulasi II



Gambar 4. Grafik Solusi Penyelesaian Model Empiris SIRT Penyebaran Penyakit Diare Dengan Adanya Treatment Menggunakan Metode Milne (dari Simulasi II)

Pada gambar 4 ini ada dua parameter yang diganti yaitu parameter β dan parameter γ , di mana ketika parameter ini diubah maka akan mempengaruhi populasi $S(t)$ dan parameter $I(t)$. Di mana sebelum diganti nilainya yaitu pada simulasi I populasi $S(t)$ mengalami penurunan perlahan sedangkan ketika diganti nilai parameternya pada simulasi II terlihat bahwa populasi $S(t)$ mengalami penurunan yang sangat drastis. Sedangkan

pada populasi I(t) pada simulasi I tingkat penurunnya lebih kecil dibandingkan dengan tingkat penurunan pada simulasi II.

Dari hasil penelitian ini dapat dilihat bahwa kedua metode ini menunjukkan perilaku grafik yang sama sehingga dapat disimpulkan bahwa model yang digunakan ini realistis. Hasil penelitian ini juga menunjukkan bahwa pemberian treatment yang cepat dan tepat dapat menurunkan dan menekan pertumbuhan populasi infeksi sehingga dapat mengatasi penyebaran penyakit diare. Hasil dari penelitian ini juga mendukung temuan dari studi-studi sebelumnya yang menekankan peranan penting dari pengobatan dalam mengendalikan penyakit menular. [10] mengungkapkan bahwa pengobatan dalam model Sitr COVID-19 dapat secara signifikan mereduksi jumlah kasus infeksi. Penemuan yang serupa juga diungkapkan oleh [11] dalam konteks tuberkulosis, di mana peningkatan tingkat pengobatan berdampak langsung pada penurunan angka prevalensi penyakit.

4. KESIMPULAN

Hasil penelitian ini menunjukan perilaku grafik yang sama dari kedua metode ini. Hal ini membuktikan bahwa grafik yang dihasilkan dari penelitian ini realistis. Namun begitu perlu diingat bahwa dari kedua metode ini secara teori metode Milne memiliki tingkat keakuratan lebih tinggi dibandingkan metode Runge-Kutta Orde Empat. Hasil dari grafik ini menunjukan bahwa pengobatan atau Treatment sangat ampuh dalam mengatasi penyebaran penyakit diare. Setiap metode dilakukan simulasi sebanyak 2 kali. Dari hasil semua simulasi diperoleh perilaku grafik yang realistis ditandai dengan setiap sub populasi mengalami kesembuhan signifikan dan laju infeksi mengalami penurunan. Hasil kedua grafik ini menunjukan bahwa pengobatan atau *treatment* yang diterapkan dalam simulasi sangat efektif dalam mengendalikan penyebaran penyakit diare, menekan jumlah infeksi, dan mendorong proses pemulihan secara cepat dalam populasi.

Dalam grafik yang dihasilkan juga terdapat interaksi antara setiap populasi interaksi ini yang akan mempengaruhi peningkatan ataupun penurunan jumlah pada setiap populasi. Selain itu nilai awal yang digunakan juga memiliki pengaruh besar pada perubahan grafik sehingga diperlukan ketelitian dalam mengambil nilai awal.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang terlibat dalam membantu penulis dalam menyelesaikan penelitian ini khususnya orangtua, kakak, adik dan dosen pembimbing saya ibu Roberta Uron Hurit S.Si.,M.Pd yang sudah meluangkan waktunya dalam membimbing penulis. Terima kasih juga disampaikan pada LPPM Institut Keguruan dan Teknologi Lantuka yang sudah berkontribusi dalam penelitian ini.

REFERENCES

- [1] E. R. Wulan and F. Hasanudin, "Solusi Numerik Persamaan Logistik Dengan Menggunakan Metode Dekomposisi Adomian Dan Metode Milne," *Jurnal Matematika Integrasi*, vol. 9, no. 2, pp. 131–138, 2013.
- [2] C. P. Maulfani, Rahmad, and Sulistyowati, "Pendampingan Kegiatan Membaca Siswa Kelas III Melalui Pengabdian Mahasiswa IAIN Palangka Raya," *Jurnal Pengabdian Kepada Masyarakat Pelita Nusantara*, vol. 2, no. 1, pp. 15–21, 2023.
- [3] R. U. Hurit and B. B. Resi, "Penyelesaian Model SIR Untuk Penyebaran Penyakit HIV/AIDS Menggunakan Metode Euler dan Heun," *Seminar Nasional Pendidikan Matematika*, vol. 3, no. 1, pp. 381–390, 2022.
- [4] R. U. Hurit, A. S. Kung, and M. M. Towe, "Model SIR (Susceptible-Infected-Recovered) Pada Kasus Kecanduan Game Online," *Jurnal Sains dan Teknologi*, vol. 6, no. 1, pp. 19–23, 2024.
- [5] R. U. Hurit and S. Mungkasi, "Penyelesaian Euler, Heun, dan Runge Kutta Orde Empat dari Model SEIR Pada Penyebaran Penyakit Meningitis," *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, vol. 6, no. 2, pp. 140–153, 2021.
- [6] R. Kapti and N. Azizah, *Perawatan Anak Sakit Di Rumah*. Malang: UB Press, 2017.
- [7] A. Lase and F. A. Sianturi, "Perencanaan Sistem Informasi Inventaris Barang Berbasis Web," *Jurnal Kolaborasi Sains dan Ilmu Terapan*, vol. 3, no. 1, pp. 25–29, 2024.
- [8] MathWorks, *MATLAB Documentation*. The MathWorks Inc, 2022.
- [9] Y. D. Arna, *Bunga Rampai Penyakit Berbasis Lingkungan*. Jawa Tengah: PT MEDIA PUSTAKA INDO, 2024.
- [10] M. A. Khan and A. Atangana, "Modeling the dynamics of COVID-19 with a new fractional derivative approach," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 135, p. 109867, 2020.
- [11] X. Zhou, J. Cui, and N. Shi, "Dynamics of a Sitr epidemic model with treatment and relapse," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 355, pp. 123–139, 2019.